

## Разбор задач окружного этапа Всероссийской олимпиады школьников по информатике

(Самара, 8 – 9 декабря 2012 г.)

### Задача А. Ad Astra

Сначала выберем площади тех дворцов, которые одновременно не устраивают ни Евлампия, ни Пафнутия. Это можно сделать еще при чтении входных данных. Далее останется только перебрать подходящие (точнее, неподходящие:)) площади, вычисляя модуль разности между мерами недовольства министров и отыскивая минимальный. При совпадении этого модуля разности необходимо аккуратно обновлять значение наиболее неподходящей площади (только тогда, когда вновь найденная оказывается больше).

### Задача В. Выпускной экзамен

Задачу можно решать следующим образом. Будем перебирать величину одной из сторон прямоугольного треугольника, например, гипотенузы, и пробовать, исходя из периметра, подобрать для такой гипотенузы катеты. Понятно, что оба катета должны быть меньше гипотенузы. Далее, для заданной величины гипотенузы будем перебирать уже величину одного из катетов, используя бинарный поиск (или решить квадратное уравнение). Еще одно решение состоит в использовании формулы для Пифагоровых троек.

### Задача С. Самолетом, пароходом...

Представим описанную дорожную сеть в виде графа. Построим на его основе граф, вершинами которого будут пары <вершина исходного графа, вид транспорта>. Для каждого ребра  $\langle i, j, transport \rangle$  исходного графа добавим в новый граф ребра из  $\langle i, transport \rangle$  в  $\langle j, transport \rangle$ , из  $\langle j, transport \rangle$  в  $\langle i, transport \rangle$ , из  $\langle i, -1 \rangle$  в  $\langle j, transport \rangle$  и из  $\langle j, -1 \rangle$  в  $\langle i, transport \rangle$  веса 0 (  $-1$  – это фиктивный вид транспорта, соответствующий любому). Кроме того, для всех вершин  $\langle i, transport \rangle$  добавим переход в  $\langle i, -1 \rangle$  веса 1 – как если бы здесь была пересадка.

Начнем с вершины  $\langle 1, -1 \rangle$  и найдем кратчайший путь в этом графе до  $\langle N, Transport \rangle$ , где  $Transport$  – произвольный вид транспорта (это можно сделать при помощи поиска в ширину, модифицированного для обработки графов с весами ребер 0 и 1, так называемый 0-1 BFS). Из маршрута в получившемся графе несложно восстановить маршрут, который требуется вывести в ответе.

При этом важно не строить полностью новый граф, а находить все ребра, исходящие из данной вершины, в момент обхода этой вершины. Тогда количество просмотренных ребер не превысит  $O(E)$  (где  $E$  – количество ребер в графе), поскольку каждому ребру исходного графа соответствует не более чем 6 ребер нового графа. Действительно, мы добавляем не более, чем 4 явных и 2 неявных перехода. Таким образом, сложность решения составляет  $O(E)$ .

Существуют и другие решения этой задачи.

### Задача D. Длиннннннная задача

В этой задаче требовалось аккуратно прочитать строку и выполнить операции сложения и умножения, не забывая о том, что в результате могут получиться числа, не помещающиеся в тип `integer` (4 байта).

### Задача Е. Цена видимости

В задаче достаточно выполнить симуляцию описанного процесса, каждый раз отслеживая, остались ли еще клиенты, согласные уплатить увеличившуюся сумму. Предварительно клиентов следует отсортировать по неубыванию суммы, которую они готовы заплатить. Тогда симуляция процесса сведется к перемещению указателя на “первого соглашающегося” клиента в отсортированной последовательности.

### Задача Ф. Фокусник

Сначала следует сосчитать, сколько имеется вопросов с каждым номером. Заметим при этом, что если вопросов с одинаковым номером больше трех, то в подсчете их уже не нужно учитывать. Таким образом, можно сформировать массив из 14 элементов, заполненный числами 0, 1, 2, 3. Теперь в этом массиве отыщем максимум, а если максимумов несколько, выберем тот, который имеет наибольший индекс. Билеты именно с этими вопросами и должны в итоге оказаться у Харитона. Все, что остается сделать, – сосчитать, сколько билетов придется ему для этого заменить.

### Задача Г. Газета

Отсортируем (для определенности – по неубыванию) листы ватмана по их длинам. Далее подсчитаем сначала, сколько бумаги уйдет в обрезки, если выбрать длину наименьшего листа в качестве длины листов для изготовления стенгазеты. После этого будем добавлять в набор листов очередной по длине, одновременно удаляя самый короткий лист в наборе и пересчитывая суммарную длину отрезанного. Это легко сделать по формуле:

$$diff = diff - (m-1) \cdot (l[k] - l[k-1]) + (l[k-1+m] - l[k]) ,$$

где  $diff$  – суммарная длина отрезанного, а индекс  $k$  пробегает значения от 1 до  $(n-m)$ , указывая на первый лист в очередном наборе (нумерация в массиве  $l$  ведется с нуля).

### Задача Н. Несколько строк

Эту задачу можно решать динамикой по подмножествам. Для каждой подстроки строки-подсказки научимся проверять, не совпадает ли она с заданным паролем из входного файла за  $O(1)$ . Такую проверку можно сделать, например, посчитав префикс-функцию (алгоритм Кнута-Морриса-Пратта) для вхождений каждого пароля в строке-подсказке.

Организуем рекурсивно перебор с сохранением. Будем хранить множество уже использованных паролей. Стартуем с нулевой позиции в строке и будем проверять, нельзя ли подставить какой-нибудь пароль из еще неиспользованных, начиная с данной позиции. Если получается подставить пароль – запоминаем его и сдвигаем позицию на его длину, если нет – пробуем подставить следующий и т. д. Важно при этом, что мы не должны выполнять проверку уже проанализированных комбинаций повторно. Чтобы хранить уже проанализированные комбинации, можно кодировать их с помощью битмасок.

### Задача I. И поделим, и умножим

Одно из решений этой задачи выглядит следующим образом.

Рассмотрим граф, в котором вершинами будут натуральные числа, а ребрами – переходы, соответствующие делению (нацело) на 2 и умножению на 3. В этом графе нам нужно найти путь

из вершины 1 в вершину X.

По условию задачи граф может содержать числа до  $10^9$ , что, конечно, много. Можно провести вычислительный эксперимент (на локальном компьютере) и удостовериться, что для получения любого числа, не превосходящего  $10^6$ , достаточно использовать числа, не превосходящие  $2 \cdot 10^7$ . После этого можно запустить поиск в ширину на графе и найти искомый путь. Существуют и другие решения этой задачи.

### **Задача J. Жюри затрудняется с названием для этой задачи**

Чтобы обидеть как можно меньше однокурсников, устремляясь за пирожком с очередной начинкой, Харитон должен опережать наименьшую из групп, которой достанутся такие пирожки.

Ограничения задачи позволяют решать ее фактически подсчетом. Сначала заполним вспомогательный массив подносов, чтобы иметь возможность сопоставить номеру подноса номер начинки. Затем сформируем массив, проиндексированный номерами начинок и хранящий для каждой начинки минимальный размер группы, которой должны достаться пирожки с этой начинкой. Для получения ответа нужно сложить все элементы этого массива.